УДК 62-83:621.313.333

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ

Л.К. Бурулько, Л.А. Паюк

Томский политехнический университет
E-mail: blk@ido.tpu.edu.ru

Представлена математическая модель системы преобразователь частоты – асинхронный двигатель, позволяющая исследовать динамические режимы работы при скалярном частотном управлении и определить влияние гармонического состава питающего напряжения на быстродействие электропривода.

Последнее десятилетие уходящего века ознаменовалось значительными успехами силовой электроники, что привело к неуклонному снижению доли систем приводов с двигателями постоянного тока и к увеличению доли систем приводов с двигателями переменного. По прогнозам специалистов доля приводов постоянного тока сократится в ближайшее время до 10 % от общего числа приводов. Это связано с низкой надежностью механического коллектора и более высокой стоимостью коллекторных двигателей постоянного тока по сравнению с двигателями переменного тока.

В настоящее время от частотно-регулируемых электроприводов с короткозамкнутыми асинхронными двигателями (АД) при массовом их применении (приводы насосов, вентиляторов, конвейеров, компрессоров и т.д.) требуется относительно небольшой диапазон регулирования скорости (до 1:10, 1:20) и сравнительно низкое быстродействие. При этом целесообразно использовать классические структуры скалярного управления. В широкодиапазонных (до 1:10000), быстродействующих приводах станков, роботов и транспортных средств применяют более сложные структуры векторного

управления. Доля таких приводов составляет сейчас около 5 % от общего числа и постоянно растет. При этом следует отметить необратимую тенденцию массовой замены аналоговых систем управления приводами на системы прямого цифрового управления моментом.

Построение качественных, удовлетворяющих современным требованиям систем управления такими объектами, каким является частотно-регулируемый электропривод, представляет сложную научно-техническую задачу, которая не может получить удовлетворительного решения лишь на основе практического опыта и интуиции инженеров. Эффективным и универсальным инструментом в этом случае при решении задач управления электроприводами является математическое моделирование [1].

Как объект моделирования современный электропривод (ЭП) при идеализации схемы главных цепей системы преобразователь частоты – асинхронный двигатель (ПЧ-АД) представляют в виде блок-схемы моделей, включающей в свой состав модели: инвертора, двигателя и системы управления [2–4].

Уровень идеализации и допущения для полупроводникового преобразователя определяют исходя из концепции раздельного рассмотрения рабочих и коммутационных процессов [2], а именно:

- вентили инвертора – идеальные ключи, сопротивление которых в проводящем состоянии равно нулю, в непроводящем – бесконечности, а время их переключения принимают равным нулю;
- вентили инвертора – полностью управляемые элементы, процессы, связанные с искусственной коммутацией которых, не влияют на форму выходного напряжения инвертора;
- источник питания инвертора представляют идеальным источником ЭДС.

При рассмотрении математического описания рабочих процессов в силовых цепях системы ПЧ-АД, в соответствии с приведенными допущениями воспользуемся следующей схемой замещения (рис. 1).

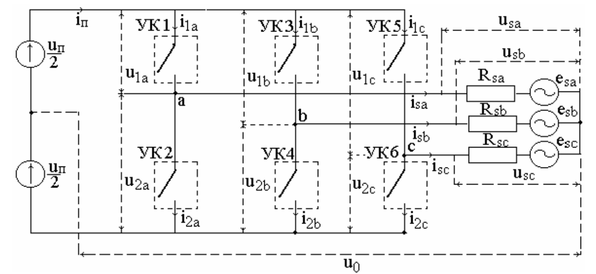


Рис. 1. *Схема замещения главных цепей*

В данной схеме для удобства записи основных соотношений искусственно вводится средняя точка источника питания инвертора, а двигатель представляют в виде трехфазного источника ЭДС с конечным внутренним сопротивлением. Кроме этого, при любом законе коммутации для каждой пары вентилей, соединенных с фазой обмоткой статора, возможны три допустимых состояния, например для фазы *a*:

- идеальный ключевой элемент (ИКЭ) УК1 находится в проводящем состоянии, второй УК2 – в непроводящем;
- УК2 – в проводящем состоянии, УК1 – в непроводящем;
- оба ИКЭ в непроводящем состоянии.

Для того, чтобы сформировать напряжение на выходе инвертора, необходимо одновременное выполнение двух условий:

- к силовым электродам вентиля приложено прямое напряжение;
- на вентиль подан управляющий (включающий) сигнал.

Для определения состояния ключей и соответственно напряжений на вентильных блоках преобразователя пользуются пороговыми функциями и аппаратом алгебры логики.

Уравнение состояния идеальных ключевых элементов, которым соответствуют принятые допущения и схема замещения, можно отразить в значениях вектора коммутационных функций [3]:

$$F(t) = \Phi_F(Z(t), X(t)),$$

где Φ_F – вектора: $Z(t)$ – переменных, управляющих состоянием ИКЭ; $X(t)$ – переменных состояний.

Коммутационные функции $F(t)$, отражающие состояние ИКЭ и непосредственно определяющие номер структуры силовой цепи, изменяют свои значения по логическим условиям функционирования модели. Логические условия определения $F(t)$ всегда можно свести к неравенствам относительно знакопеременной функции $\varphi_{ij}(t)$. Изменение значений коммутационных функций происходит скачком в моменты переключения ИКЭ. Для математического описания применяют сигнальные функции вида [2, 4]:

$$F_1 = \text{sign}(\varphi_{ij}) + 1; \quad F_2 = 1/2(\text{sign}(\varphi_{ij}) + 1).$$

Для ИКЭ в идеализированных моделях силовой электрической части электропривода характерны следующие типы логических условий: $\varphi_j(t)=Z_j(t)-g_j(t)$, где $Z_j(t)$ – сигнал управления в j-ом контуре; $g_j(t)$ – опорный сигнал этого контура пилообразное или синусоидальное напряжения для импульсных преобразователей напряжения с широтно-импульсной модуляцией; $\varphi_{ij}(t)=x_j-x_i^0$, где x_i^0 – заданные значения переменных состояний x_j ИКЭ; $\varphi_i(t)=t-t_i(t)$, где $t_i(t)$ – фиксированные моменты времени, определяемые временной программой.

При моделировании частотно-регулируемых электроприводов со скалярным управлением результирующий вектор управления $\vec{U}$ определяют через коммутационные вектор-функции непрерывного скалярного аргумента θ_u^* в виде:

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} f_A \\ f_B \\ f_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sign}(\sin\theta_u^*) \\ \text{sign}(\sin\theta_u^* - \varphi) \\ \text{sign}(\sin\theta_u^* + \varphi) \end{bmatrix},$$

где f_A, f_B, f_C – фазные коммутационные функции; углы: $\theta_u^*=\theta_{uk}+\theta_k$ – поворота управляющего вектора относительно оси 0α неподвижной системы координат $\alpha,\beta,0$; θ_{uk} – положения управляющего вектора во вращающейся системе координат $x,y,0$; $\theta_k=\omega_k t$ – поворота вращающейся системы координат относительно неподвижной системы координат; $\varphi=2\pi/3$ – сдвига фаз между напряжениями.

Получив значения составляющих вектор-функции F, определяют проекции этого вектора по осям $\alpha,\beta,0$, которые соответствуют проекциям управляющего вектора $\overline{U}$ в относительных единицах на данные оси. Тогда составляющие напряжений по осям α и β (рис. 2) имеют следующий вид [4]:

$$U\alpha(t)=\frac{2}{\pi}U_m f_\alpha(t);$$

$$U\beta(t)=\frac{2\sqrt{3}}{\pi}U_m f_\beta(t),$$

где $f_\alpha(t)$, $f_\beta(t)$ – проекции вектор-функции по осям α и β соответственно, U_m – амплитудное значение питающего напряжения.

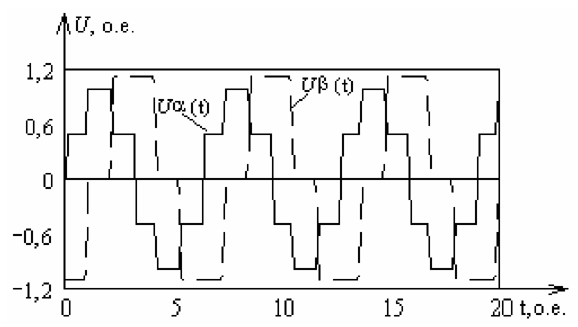


Рис. 2. *Составляющие вектора управления по осям α и β*

Используя классическую математическую модель АД, представленную в неподвижных осях $\alpha,\beta,0$, можно оценить влияние гармонического состава питающего напряжения на электромеханические переходные процессы в двигателе. В рассматриваемом электроприводе присутствует механическая передача, поэтому в модели она тоже учитывается.

Временные диаграммы переходных процессов, полученных в результате моделирования, представлены на рис. 3. Анализ результатов исследований позволил сделать вывод, что гармонический состав питающего напряжения при его разложении в ряд Фурье состоит из нечетных гармоник: 1, 3, 5, ..., $(2n–1)$. Этот фактор влияет только на амплитуду колебаний электромагнитного момента АД в установившемся режиме, а на время переходного процесса и на величину ударного значения электромагнитного момента двигателя амплитуда не оказывает существенного влияния. Такой гармонический состав напряжения влияет как на быстродействие электропривода, так и на питание его регулируемым по амплитуде синусоидальным напряжением.

Ниже приведены итерационные уравнения расчетной модели частотно-регулируемого привода с пропорциональным законом управления. Представленная модель позволяет исследовать электромеханические переходные процессы, как при частотном пуске, так и при торможении АД. Модель содержит следующие блоки:

– $w(t)=\begin{vmatrix} fu \ if \ w_j \ge fu \\ fu - fu\cdot e^{-\frac{t_j}{T}} \ \text{otherwise}\end{vmatrix}$ – алгоритм, определяющий характер изменения частоты питания АД;

– $$U\alpha(t)=\begin{vmatrix} \text{sign}(w_j\sin(w_j t_j)) \ \text{if} \ 5{,}1\frac{1}{\pi^2}(\sin(ft_j) - \\ -\frac{1}{9}\sin(3ft_j)+\frac{1}{25}\sin(5ft_j)-\frac{1}{49}\sin(7ft_j)) + \\ +0{,}5 \le \left|w_j\sin(w_j t_j)\right| \\ 0 \quad \text{otherwise}\end{vmatrix};$$

$$U\beta(t)=\begin{vmatrix} \text{sign}(w_j\sin(w_j t_j+\frac{3\pi}{2})) \ \text{if} \ 5{,}1\frac{1}{\pi^2}(\sin(ft_j) - \\ =\frac{1}{9}\sin(3ft_j)+\frac{1}{25}\sin(5ft_j)-\frac{1}{49}\sin(7ft_j)) + \\ +0{,}5 \le \left|w_j\sin(w_j t_j+\frac{3\pi}{2})\right| \\ 0 \quad \text{otherwise}\end{vmatrix}.$$

– алгоритмы расчета изменяющегося в соответствии с пропорциональным законом частоты управления напряжения по осям α и β соответственно, при этом гармонический состав питающего напряжения на выходе инвертора определяется для случая, представленного на рис. 2, разложением исходных функций в ряд Фурье.

Дополнив данную систему уравнениями равновесия напряжений АД выражением электромагнитного момента и уравнением движения привода, получаем модель привода в целом.

Данная модель имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} t_{j+1} \\ w_{j+1} \\ U\alpha_{j+1} \\ U\beta_{j+1} \\ \psi1\alpha_{j+1} \\ \psi1\beta_{j+1} \\ \psi2\alpha_{j+1} \\ \psi2\beta_{j+1} \\ \omega_{j+1} \\ M_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_j + dt \\ \begin{vmatrix} fu \ if \ w_j \ge fu \\ fu - fu\cdot e^{-\frac{t_j}{T}} \ \text{otherwise} \end{vmatrix} \\ U\alpha_j + dtU\alpha_j \\ U\beta_j + dtU\beta_j \\ \psi1\alpha_j + dt(U\alpha_j - \alpha1\psi1\alpha_j + K2\alpha1\psi2\alpha_j) \\ \psi1\beta_j + dt(U\beta_j - \alpha1\psi1\beta_j + K2\alpha1\psi2\beta_j) \\ \psi2\alpha_j + dt(-\alpha2\psi2\alpha_j + K1\alpha2\psi1\alpha_j - \omega_j\psi2\beta_j) \\ \psi2\beta_j + dt(-\alpha2\psi2\beta_j + K1\alpha2\psi1\beta_j + \omega_j\psi2\alpha_j) \\ \omega_j + dt(\frac{p}{J}(1p\frac{K2}{\sigma X`_1}(\psi2\alpha_j\psi1\beta_j - \psi1\alpha_j\psi2\beta_j) - \frac{Mn}{ir})) \\ 1p\frac{K2}{\sigma X`_1}(\psi2\alpha_j\psi1\beta_j - \psi1\alpha_j\psi2\beta_j) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где j – число итераций, dt – шаг вычисления, w – темп изменения частоты, $U\alpha$, $U\beta$ – питающие напряжения по осям α и β соответственно, $\psi1\alpha$, $\psi1\beta$, $\psi2\alpha$, $\psi2\beta$ – потокосцепления статора и ротора по осям α и β соответственно, $X`_1$ – полное индуктивное сопротивление обмотки статора АД, p – число пар полюсов машины, J – суммарный момент инерции механизмов приведенный к валу АД, ω – угловая скорость вращения вала АД, M – электромагнитный момент на валу АД,

Mn – момент статической нагрузки на валу АД, *ir* – передаточное число редуктора; коэффициенты: $\sigma = 1 - \frac{Lm^2}{L1L2}$ – рассеяния Блонделя, (*L*1, *L*2, *Lm* – индуктивности обмоток статора и ротора АД и взаимоиндуктивность), $\alpha 1 = \frac{R1}{L1\sigma}$ и $\alpha 2 = \frac{R2}{L2\sigma}$ – затухания процессов в обмотке статора и ротора при их коротком замыкании (*R*1, *R*2 – активные сопротивления статора и ротора АД), $K1 = \frac{Lm}{L1}$ и $K2 = \frac{Lm}{L2}$ – взаимосвязи обмоток статора – ротора.

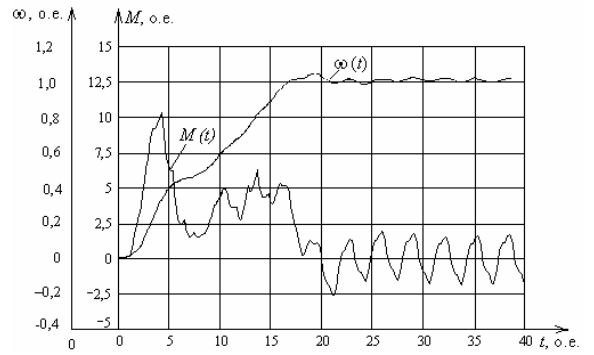
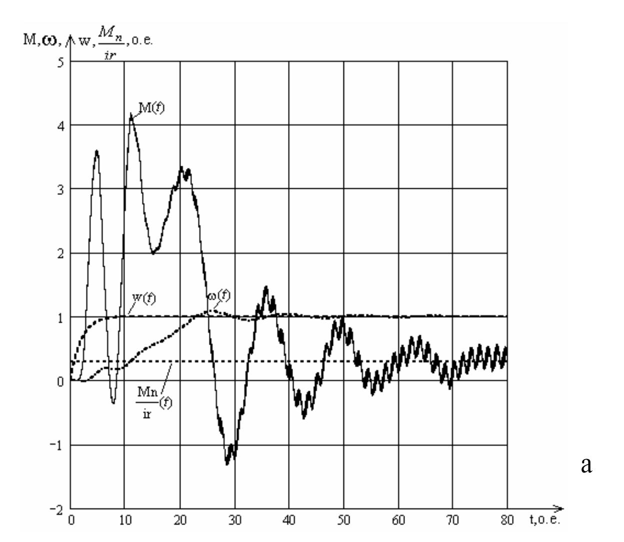


Рис. 3. *Временные зависимости электромагнитного момента M (t) и угловой скорости ω (t) вращения АД*

На рис. 4 приведены результаты моделирования.

В результате исследований, проведенных с помощью разработанной математической модели частотно-регулируемого электропривода, было установлено, что гармонический состав питающего напряжения не оказывает влияние на быстродействие ЭП как при его частотном запуске, так и при торможении. Основное влияние на быстродействие ЭП оказывают характер и темп развертки частоты, а также закон регулирования частоты и напряжения.

При пропорциональном законе управления напряжением и частотой (*U*/*f*=const) и линейном характере развёртки частоты на этапе пуска и торможения формируются ударные электромагнитные моменты, значения которых несколько больше, чем при прямом пуске и торможении двигателя. Это способствует увеличению быстродействия ЭП на 20...30 %. Поэтому данный закон управления желательно применять при требованиях по ограничению динамических нагрузок на передаточный механизм привода.



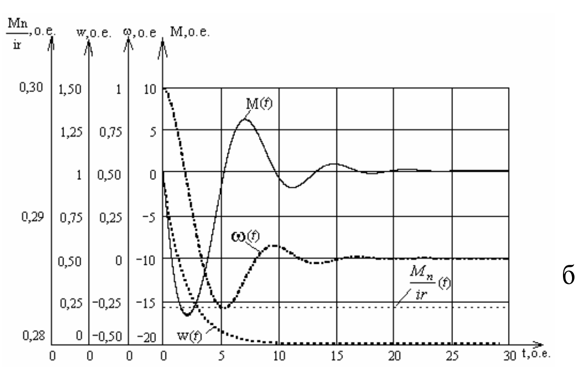


Рис. 4. *Временные зависимости электромагнитного момента M, угловой скорости вращения ω, скорости регулирования частоты ω и момента нагрузки на валу АД при: а) пуске и б) торможении*

Закон управления постоянства потока асинхронного двигателя (Φ_m=const) и экспоненциальный характер развёртки частоты формируют ударные электромагнитные моменты, в 1,5...2 раза превышающие значения моментов, в отличие от прямого пуска электродвигателя. В результате быстродействие ЭП повышается на 50...70 %. Поэтому этот закон управления наиболее эффективно применяется в ЭП при требованиях по обеспечению высокого быстродействия, без ограничения динамических нагрузок на передаточный механизм ЭП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Следящие приводы. Ч. 1. Теория и проектирование следящих приводов / Под ред. Б.К. Чемоданова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 904 с.
2. Шрейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты. – Екатеринбург, 2000. – 685 с.
3. Поздеев А.В. Электромагнитные и электромеханические процессы в частотно-регулируемых асинхронных электроприводах. – Чебоксары: Изд-во ЧВГУ, 1998. – 172 с.
4. Бурулько Л.К., Казазаева Н.А. Математическое представление процессов в асинхронных электроприводах с автономными инверторами напряжения // Современные техника и технологии: Тр. VII Междунар. научно-практ. конф. молодых учёных. – Томск, 2004. – Т. 1. – С. 183–185.